

卒業論文要約【鳥取大学数学教育研究, 第5号, 2003】

小学校算数科における数感覚に関する研究

勝部 愛美子

指導教官：溝口達也

I. 研究の目的と方法

近年, 日本の算数・数学教育において, 数感覚という言葉が注目を浴びている。数感覚は多様な側面を有し, 漠然としているため非常に捉えにくい, どのようなものとして捉えていけばよいのか, 様々な議論がなされている。また, より豊かな数感覚を育成するための実践も多くなされている。

本研究の目的は, 数感覚を「メンタルモデルの中で構成し推論する能力」と捉えたとき, 子どもの思考過程がいかに関与できるかを示すことである。また, その考えを使って子どもの数感覚の水準を判断するための枠組みを設定し, 指導への示唆を行うことである。

このために本研究は次のような方法をとる。まず, 数感覚についての基本的な考え方を吟味し, それに基づいて本研究における数感覚の意味を規定する。次に, James.G.Greeno の言明に基づき, メンタルモデルで構成し推論する能力のまとまりとして数感覚を説明すること, つまり数感覚の理論的特徴づけを行うことを試みる。さらに, その理論的特徴づけの妥当性を確かめるために実証的考察を行う。そこでまず, メンタルモデルの具体事例を見つけることを目的として附属小学校でインタビュー調査を行う。そして, 子どもがどのようなメンタルモデルを想起したのかを示す。この実証的考察と理論的考察から, メンタルモデルの「対象」を具体的に特定し, その「対象」の組み合わせによって, 数感覚の質を判断するための枠組みを構築する。以上の議論により指導への示唆を行う。

本研究で数感覚の水準を判断するための枠組みを構築することにより, 数感覚の育成が重要視されている中で育成するための指導を行った際, 子どもの数感覚の水準がどこに位置づけられるのか, また何が不足しているのかを判断することができる。このことが本研究の意義にな

る。

II. 本論文の構成

1. 研究の目的と方法

1.1 研究の動機

1.2 研究の目的と方法

1.3 研究の意義

2. 数感覚についての基本的な考え方

2.1 数感覚とは

2.2 感覚が豊かであるとは

2.3 数感覚を育成する意義

3. 数感覚の理論的特徴づけ

3.1 概念領域における推論活動としての数感覚

3.1.1 概念環境

3.1.2 メンタルモデル

3.2 数感覚の概念環境及びメンタルモデルによる特徴づけ

3.2.1 具体的考察

3.2.2 概念環境とメンタルモデルで特徴づける数感覚

4. 数感覚の水準を判断するための枠組み

4.1 Greeno と Reys らの立場の違い

4.2 Reys らの「数感覚を考えるための枠組み」

4.3 インタビュー調査

4.3.1 インタビュー調査の目的と方法

4.3.2 調査対象と調査方法

4.3.3 調査結果の考察

4.4 数感覚の水準を判断するための枠組み設定

4.5 指導への示唆

5. 本研究の結論

5.1 本研究から得られた結論

5.2 今後の課題

引用・参考文献

(1 ページ 35 字×30 行, 62 ページ)

Ⅲ．研究の概要

本研究の目的を達成するために次のような研究課題を設けた。

課題１：これまでに行われてきた数感覚に関する先行研究の吟味。

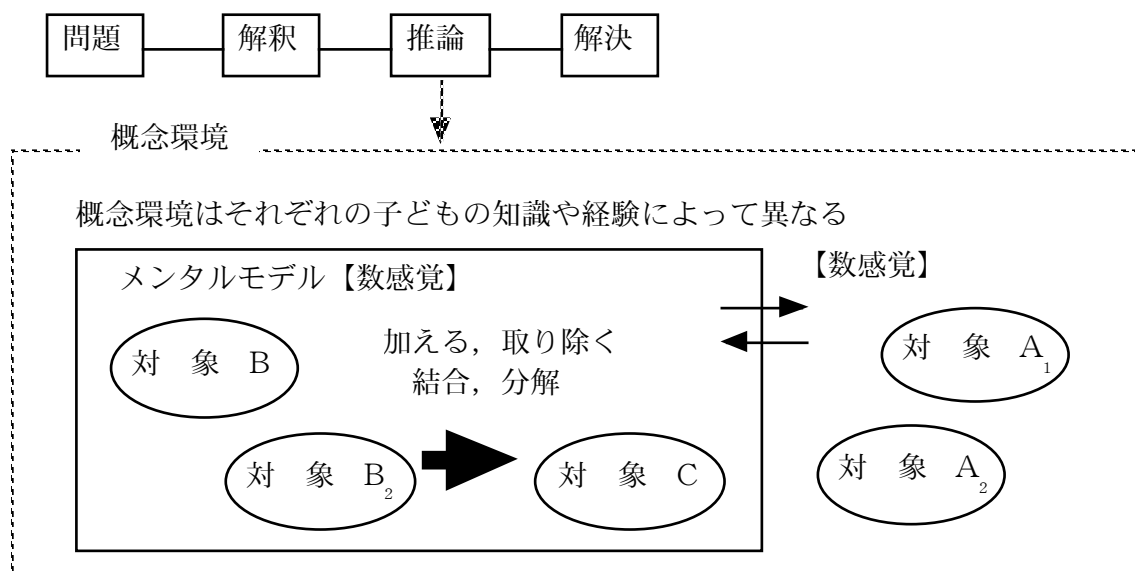
課題２：数感覚の、概念環境及びメンタルモデルによる特徴づけ。

課題３：概念環境、メンタルモデルで特徴づける数感覚の考え方を使得、数感覚の水準設定ができる枠組みの構築。

課題１についてはまず、Reys らの言明から本研究における数感覚の意味を、状況に応じて数の大きさや意味を適切に把握したり、数の演算の意味や性質、演算間の関係を適切に把握したりする際に働く感覚と規定した。また「感覚」とは比較的論理的でないものに対して付与している語で、その「感覚」が豊かな状態とは、問題解決の中で必ずしも論理的には導かれ得ない事柄を巧みに駆使することができることと捉えた。そして、数感覚を育成することは重要視されているが、この重要性を明確に示すために、必要条件と十分条件の両方の立場から育成する意義を示した。（以上、第２章）

次に、心理学的な側面から数感覚に関する深層的な理論分析を行った Greeno の言明を吟味することで、課題２に答えることを試みた。

Greeno は、数感覚は重要だが、柔軟な計算や数の見積もり、量に関する判断などを含む説明しにくい能力だと述べた上で、どのように資源を見つけ、ものをつくるためにどのように資源を使うかを知っている環境のメタファーを使う概念環境を考えるための方法を提案している。そして概念環境の例として数と量の領域を議論し、メンタルモデルで構成し推論する能力のまとまりとして、数感覚を説明している。その考えから、数感覚は認識に関する専門知識の例である。つまり、人々が環境がどのような資源を提供するかを認識すること、捉えがたいパターンを理解し認めること、普通の問題をいつものように解決すること、新しい洞察を記述することを含みながら、領域の様々な資源を用いて、互いによく作用し合うことを学ぶ、領域内の広域な活動から生じる知識である。この考え方を概念環境とメンタルモデルでいかに特徴づけるのかを図で示すために、まず本研究における概念環境*とメンタルモデル**の意味を規定した。規定した上で、子どもの思考過程を、問題→解釈→推論→解決という流れで捉えたときの「推論」の場面を、概念環境とメンタルモデルでどう特徴づけることができるかについて言明した。つまり、図示を行うことで Greeno の言明から議論し得た数感覚の理論的特徴づけを行った。



「対象 An」：子どもの持っている知識や、今までしてきた経験から得られた概念の特質。

「対象 Bn」：概念環境と、組み立てたメンタルモデルとの相互作用から表れた存在物。この対象の特質は人の知識や経験から得られ

た概念の特質に依存する。また、対象 B 同士の関係が近いのかの認識はメンタルモデルの特質。最初に対象 B 1 を組み立てたとして、これに近いものを概念環境から見つけ、対象 B 2 を組み立てることもメンタルモデ

ルの特質。

「対象C」：最初に組み立てられたメンタルモデルを結合するなどして新たに組み立てられた存在物。

【数感覚を表しているところ】

- ・概念環境とメンタルモデルが相互作用していることを表している矢印（→）
- ・メンタルモデルを構成する活動

（以上、第3章）

続いて課題3について答えるために、まずメンタルモデルの具体事例を見つけることを目的として鳥取大学教育地域科学部附属小学校第3学年5人を対象として、インタビュー調査を行った。“1000円で260円のケーキがおよそいくつ買えるでしょう。”という問題を、筆記用具等は使用してもらわないようにし、頭の中で考え口頭で答えてもらう方法をとって実施した。そして子どもそれぞれの問題解決過程を、概念環境とメンタルモデルの「対象」がどのように相互作用しているのか詳しく記述することで示した。また、そのとき子どもが発揮した数感覚をReysらの「数感覚を考えるための枠組み」の要素に則して示した。また、メンタルモデルが想起できない子どもには、Reysらの枠組みの要素に則したメンタルモデルが想起できるよう、相互作用がうまくできるような支援を行った。

これらの実証的考察から概念環境とメンタルモデルの「対象」を特定し、3章で理論的に特徴づけた「対象」と比較し妥当性を確かめた。以下に、具体的に特定した「対象」をそれぞれ示す。

「対象A」

子どもの持っている知識や、今までしてきた経験から得られた概念の特質。同じ特質でも、その特質にレベルがある。「対象A」にメンタルモデルが想起できるような特質があっても、相互作用がうまくできず「対象B」が想起されないとき、相互作用ができるような支援を行うことでよい数感覚が発揮したと判断できる「対象B」を想起することができる。このことから、今後支援を続けていくことで、相互作用が支援なしでうまくできるようになり、それにより「対象A」の質が上がるのではないかと考えられる。

「対象B」

「対象B」の特質は人の知識や経験から得ら

れた概念の特質に依存する。つまり「対象A」のレベルによって、想起される「対象B」にも質が生じるということである。また、「対象B」がよい数感覚によって想起された対象ならば、その「対象」はReysの「数感覚を考えるための枠組み」の要素に相当する「対象」と言明できる。相当する「対象」でないときも、質が上がるような支援を相互作用に行えば、質が上がる。さらに、「対象A」との相互作用を詳しくみることで、「対象B」のどこに問題があるのか把握できるので、支援をどの相互作用に行えばよいのか分かる。

「対象C」

「対象B」を結合して組み立てられた「対象」。また、「対象B」に問題があっても「対象C」まで想起できることもあり、この場合「対象C」にも問題が生じるということになるので、改善するためには「対象B」のどこに問題があるのかを把握し、それに対して支援を行えばよい。今回の調査では「対象B」に何も問題がないのに結合がうまくいかないから「対象C」に問題が生じたという事例が得られなかったが、このような可能性もあり得るのではないか。その場合、うまく結合できるような支援をどのように行えばよいのか検討する必要がある。

これらの特定した「対象」の組み合わせで、数感覚の水準を判断するための枠組みを構築する。このとき、「対象」の特質が質的に優れているか否かの判断の基準について、まず議論する。その上で、子どもが問題解決を行う際、どのような「対象」を想起したのかを上記で特定した「対象」に従って言明し、発揮した数感覚の特徴づけを行う。次に、その「対象」が質的に優れているか否かの判断の基準に従って、子どもの数感覚の水準を示す。それを一般的に整理すると次のような枠組みを設定することができる。

調査では「対象A3, B3」までしか見られなかったが、問題によっては「対象A4, B4」「対象A5, B5」と想起される場合も考えられるので、上の表においては「対象A2, B2」以降は「対象An, Bn」と示すことにする。

○は、「対象A」については特質があると判断できるとき。つまり、何らかの「対象B」が想起できているとき。「対象B」についてはReysの「数感覚を考えるための枠組み」の要素

＜数感覚の水準を判断するための枠組み＞

	対象 A1	対象 B1	対象 A2	対象 B2		対象 An	対象 Bn	対象 C
I	○	○	○	○	…	○	○	○
II	○	○	○	○	…	○	○	×
III	○	○	○	○	…	○	×	×
IV	○	○	○	○	…	×	×	×
V	×	×	×	×	…	×	×	×

(I が最も水準が高く、II→III…と続く。)

に相当する「対象」であるとき。「対象 C」については、想起された「対象 B」すべてが Reys の「数感覚を考えるための枠組み」の要素に相当する「対象」で、かつそれらの「対象」をうまく結合できているとき。即ち、正しい解に直接結びつくことのできる「対象」が想起できているときである。(以上、第4章)

IV. 研究の結論

3つの課題に答えていくことで得られた結論として、数感覚を概念環境とメンタルモデルで捉えることで、従来それなしで考えられていた数感覚を次のような点で捉えることが可能になった。指導への示唆を含め次のように示す。

今日数感覚を育成することが重要視され、算数の授業や日常生活において、子どもが数を扱う様々な経験をし、数に対する豊かなイメージを持つことが有効であると考えられている。それは、数を扱う経験が豊かであれば、数に関する感覚が豊かになるであろうという考えから導かれたものである。

本研究で数感覚を概念環境とメンタルモデルで捉え、概念環境とメンタルモデルの相互作用を詳しくみていくことで、今までしてきた経験や持っている知識をどう生かして数感覚を発揮しているのか顕在化することができた。つまり相互作用がうまくできているとき、経験を生かして豊かな数感覚を発揮していると判断できるのである。数に関する経験を沢山することが大切だと言われていたが、このことから数感覚が豊かだからといって必ずしも経験が豊かであると言明できないことが指摘できる。大切なのは経験をどう生かすのかということであり、教師は子どもが経験をどう生かして数感覚を発揮しているのかに目を向ける必要がある。本研究では、インタビュー調査を行ったことで、相互作用がうまくできていない子どもに対して支援を

行うことで相互作用がうまくできるようになり、よい数感覚が発揮できたという結果が得られた。このことから数感覚を概念環境とメンタルモデルで捉え、その相互作用を詳しくみていくことで、子どもにどのような支援をどこに対して行えばよいのか把握できるということも言明できる。また、数感覚の水準を判断する枠組みを構築したことにより、子どもの数感覚の水準を把握でき、何が不足しているのかが明らかになることから指導へ生かせるということも言明できる。

また、今後の課題は次の通りである。

- インタビュー調査から行った実証的考察は、インタビューをした5人の児童の分析のみから行ったものである。よって、理論的考察の妥当性を確かめるときも、5人の分析結果の範囲から言明したものである。
- 数感覚の水準を判断するための枠組みも、5人の分析結果から設定したものである。本研究における理論的及び実証的考察の枠組みにのみ適用する枠組みである。

注

*何か問題を解くために発達した小さいもの。生まれ育った環境や受けてきた教育が異なるので、子どもそれぞれの概念環境の発達は異なっている。

**仮説としての心理論理に代わるもの。世界との直接接触から得られる表象に匹敵する表象を作るために使える用語を提供し、ことばを概念作用や知覚によって世界と関連づけることができる。

主要引用・参考文献

- ・伊藤説朗. (1995). 小学校算数実践指導全集 2 豊かな数感覚を育てる数の指導. 日本教育図書センター
- ÅE Greeno, G.J. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(2), 170-218
- ・Laird, J. (海保博之 監修). (1983). メンタルモデル. 産業図書株式会社